

KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI  
Próbna Matura z OPERONEMMatematyka  
Poziom podstawowy

Listopad 2016

Zacznij  
przygotowania  
do matury już dziś

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

## Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$\frac{\sqrt[3]{-\frac{1}{8} \cdot 4^{-\frac{1}{4}}}}{0,25} = \frac{-\frac{1}{2} \cdot 2^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{4}} = -\frac{2^{-1} \cdot 2^{-\frac{1}{2}}}{2^{-2}} = -2^{\frac{1}{2}}$ $\left(-2^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2$
2.	D	$a - b = \log_5 50 - \log_5 2 = \log_5 25 = 2$ $a - b = 2$ $\frac{a - b}{2} = 1$ <p>Wskazówka: można sprawdzać kolejno prawdziwość równości podanych w A, B, C, D.</p>
3.	A	$x - \text{pensja pana Jana w październiku (w zł)}$ $\frac{110\%x + x + 60\%x}{3} = 90\%x$
4.	D	Ramiona paraboli skierowane są ku górze. $x \in (-2, 2)$
5.	B	$D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 0\}$ $\frac{-3(9 - x^2)(x + 3)}{x(x + 3)} = 0 \Leftrightarrow -3(9 - x^2)(x + 3) = 0$ $x = 3, \text{ bo } x = -3 \notin D$
6.	C	$\frac{2 + \sqrt{3}}{a + 1} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \text{ dla } a \neq -1$ $a + 1 = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$ $a + 1 = 4 - 3$ $a = 0$
7.	C	Proste równoległe mają równe współczynniki kierunkowe. $m + 2 = 2m - 1$ $m = 3$
8.	D	Pierwiastkami są liczby: $-1, 2, 3$ . Suma tych liczb jest równa 4.
9.	C	Wykresy funkcji $f(x)$ i $f(-x)$ są symetryczne względem osi $OY$ . $g(-4) = 0$ – najmniejsza wartość funkcji $g$ w przedziale $\langle -4, -1 \rangle$ .

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
10.	D	Proste przecinają się w punkcie (1,0) – przez ten punkt przechodzi też dwusieczna. Wskazówka: wykonaj rysunek pomocniczy.
11.	C	$f(x) = ax + b$ $\begin{cases} 0 \cdot a + b = -4 \\ 1 \cdot a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -4$ $f(x) = 2x - 4$ $f(2) = 2 \cdot 2 - 4 = 0$
12.	A	$ab = -3a < 0 \Rightarrow a > 0$ Współczynnik kierunkowy funkcji $f$ jest dodatni – funkcja jest rosnąca.
13.	B	Wykresem funkcji jest parabola o ramionach skierowanych ku górze. Wierzchołek paraboli znajduje się w punkcie (1,2) i $x = 1 \in (-2, +\infty)$ . Zatem najmniejsza wartość to 2, największej wartości funkcja nie przyjmuje.
14.	C	$g(x+1) - 4 = 3^{x+1-1} + 1 - 4 = 3^x - 3$ $3^x - 3 = 0$ $3^x = 3^1$ $x = 1$
15.	D	$x - 1 \leq \frac{x(x-1) - x^2}{2} \leq 1/2$ $2x - 2 \leq x^2 - x - x^2 \leq 2$ $2x - 2 \leq -x \leq 2/(-1)$ $-2x + 2 \geq x \geq -2$ $3x \leq 2 \text{ i } x \geq -2$ $-2 \leq x \leq \frac{2}{3}$ Liczby całkowite należące do zbioru rozwiązań nierówności: $-2, -1, 0$ .
16.	A	Liczby podzielne przez 5 tworzą ciąg arytmetyczny (oznaczymy go $(a_n)$ ) o różnicy 5. Najmniejsza z tych liczb to 5, a największa to 395. $395 = 5 + (n-1) \cdot 5$ $390 = 5n - 5$ $n = 79$ Ich suma jest równa sumie ciągu arytmetycznego, mającego 79 wyrazów. $S = \frac{5 + 395}{2} \cdot 79 = 15800$
17.	C	$a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r = 18$ $3a_1 + 3r = 18 / : 3$ $a_2 = a_1 + r = 6$
18.	B	$\sqrt{n-2} < 2 \text{ i } n \geq 2$ $n - 2 < 4$ $n < 6$ $n \in \{2, 3, 4, 5\}$
19.	A	$a \cdot aq \cdot aq^2 = (aq)^3 = 2^3 = 8$
20.	D	Długości boków trójkąta: 12, 5, 13. Naprzeciw kąta $\alpha$ leży bok długości 12, stąd $\text{tg } \alpha = \frac{12}{5}$ .



Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
21.	C	$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} / + 1$ $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 1 = \frac{1}{2} + 1$ $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{3}{2}$ $\sin^2 \alpha = \frac{3}{4}$ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ bo } \alpha - \text{kąt ostry}$ $\alpha = 60^\circ$
22.	D	$ GH  = R = 3,  EG  = r = 2, \text{ bo } r + 2R = 8$ $9\pi - 4\pi = 5\pi$
23.	B	Boki trapezu: $a, a, a\sqrt{2}, 2a$ .
24.	A	Boki trójkąta: 17, 8, 15. Obwód: $17 + 8 + 15 = 40$ .
25.	C	$S = (-3, 6)$ – środek odcinka AB $M = \left(-13, -\frac{3}{2}\right)$ – środek odcinka AS $-13 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{39}{2} = 19,5$



## Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
26.	I etap rozwiązania Obliczenie lub podanie pierwiastków trójmianu: $x_1 = 1, x_2 = 2$ .	1
	II etap rozwiązania Podanie poprawnego zbioru rozwiązań nierówności: $x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ .	2
27.	I etap rozwiązania Zapisanie równości w postaci: $2(x - y)^2 = 1$	1
	II etap rozwiązania Zapisane równości w postaci $x - y = \frac{1}{\sqrt{2}}$ lub $x - y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ i uzasadnienie, że $x - y = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ bo } x > y$ .	2
28.	I etap rozwiązania Zauważenie, że kąt ACB jest kątem prostym i zapisanie zależności między długością odcinka CD i odcinkami AD oraz DB (np. korzystając z własności odpowiednich trójkątów podobnych). $ CD ^2 = ab$	1
	II etap rozwiązania Wyznaczenie $ab$ , np. z równości: $(\sqrt{2})^2 = ab, 2 = ab$	2



Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
29.	I etap rozwiązania Wyznaczenie drugiego miejsca zerowego funkcji: $x = 1$ lub wyznaczenie współczynnika $a$ : $a = 2$ Wskazówka: warto wykonać rysunek pomocniczy.	1
	II etap rozwiązania Zapisanie wzoru funkcji, np. w postaci: $f(x) = 2(x + 3)(x - 1)$	2
30.	I etap rozwiązania Zauważenie, że szukaną prostą można opisać wzorem $y = ax$ lub $x = 0$ , zapisanie równania kwadratowego z niewiadomą $x$ oraz znalezienie wyróżnika tego równania, np.: $ax = (x - 1)^2 + 1$ $\Delta = a^2 + 4a - 4$	1
	II etap rozwiązania Zauważenie, że $\Delta = 0$ dla $a = -2 - 2\sqrt{2}$ lub $a = -2 + 2\sqrt{2}$ i zapisanie równań prostych spełniających warunki zadania: $y = (-2 - 2\sqrt{2})x$ , $y = (-2 + 2\sqrt{2})x$ , $x = 0$	2
31.	I etap rozwiązania Zapisanie układu równań (z dwoma lub trzema niewiadomymi) opisującego zależności między wielkościami występującymi w zadaniu, np.: $\begin{cases} x - l = 3(y - l) \\ y + l = x \\ l + x = 42 \end{cases}$ gdzie $x$ – wiek Anki, $y$ – wiek Danki, $l$ – różnica między wiekiem Anki i Danki	1
	II etap rozwiązania Wyznaczenie wieku Anki: 30 lat i Danki: 18 lat	2
32.	Niewielki postęp: Zapisanie równania z jedną niewiadomą, z którego można wyznaczyć długość jednej z przekątnych, np.: $34 - y = y \cdot \operatorname{tg} \alpha$ , gdzie $y$ – połowa długości jednej z przekątnych	1
	Istotny postęp: Wyznaczenie długości połowy przekątnych: $x = \frac{34 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + 1} = \frac{34 \cdot 2,4}{2,4 + 1} = 24$ , $y = \frac{34}{\operatorname{tg} \alpha + 1} = \frac{34}{2,4 + 1} = 10$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Wyznaczenie długości boku rombu, np. z twierdzenia Pitagorasa: $a = 26$	3
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie obwodu rombu: $L = 104$	4



Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
33.	Niewielki postęp: Wyznaczenia równania prostej $AB$ : $y = x + 5$ (jako prostej prostopadłej do symetralnej $-x - y = 0$ )	1
	Istotny postęp: Znalezienie współrzędnych środka odcinka $AB$ : $S = \left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ – jako punktu wspólnego prostej $AB$ i symetralnej	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Obliczenie długości podstawy trójkąta: $ AB  = \sqrt{18}$ i wysokości trójkąta: $ CS  = \frac{\sqrt{50}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$	3
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie pola trójkąta: $P = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{18} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} = 7,5$	4
34.	Niewielki postęp: Zapisanie zależności między wyrazami ciągu arytmetycznego oraz zależności między wyrazami ciągu geometrycznego, np.: $x = \frac{x-3+y}{2}, y^2 = 2y \cdot x$	1
	Istotny postęp: Zapisanie równania z jedną niewiadomą, z którego można wyznaczyć $x$ lub $y$ , np.: $y^2 - 6y = 0$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Wyznaczenie $x$ oraz $y$ : $x = 3, y = 0$ lub $y = 6$	3
	Rozwiązanie zadania do końca, lecz z usterkami, np. błędami rachunkowymi	4
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie wyrazów ciągu arytmetycznego: $(0, 3, 6)$ oraz wyrazów ciągu geometrycznego: $(3, 6, 12)$	5



**TWÓJ KOD DOSTĘPU  
DO GIEŁDY MATURALNEJ**

→ ZOBACZ NA NASTĘPNEJ STRONIE

## TWÓJ KOD DOSTĘPU

DB3F79C95

Wybierz

# Zdecydowanie NAJLEPSZY SERWIS DLA MATURZYSTÓW

WWW.GIELDAMATURALNA.PL

### DLA CIEBIE:

- ▶ WIĘCEJ ZADAŃ
- ▶ PEŁEN DOSTĘP do całego serwisu przez 2 tygodnie\*!

- 1 Zaloguj się na [gielamaturalna.pl](http://gielamaturalna.pl)
- 2 Wpisz swój kod
- 3 Odblokuj dostęp do bazy tysięcy zadań i arkuszy
- 4 Przygotuj się do matury z nami!

## Najlepsze zakupy przed egzaminem!

TESTY, VADEMECUM  
I PAKIETY 2017



\* Kod umożliwia dostęp do wszystkich materiałów zawartych w serwisie [gielamaturalna.pl](http://gielamaturalna.pl) przez 14 dni od daty aktywacji (pierwsze użycie kodu). Kod należy aktywować do dnia 31.12.2016 r.